

Таким образом, наиболее интересным представляется анализ работы линейного магнитолокатора. Этот тип магнитолокатора является наиболее удобным и с практической точки зрения, т.к. во многих случаях нежелательна или вообще отсутствует возможность размещения локатора иначе как на отрезке прямой (например, в туннеле или в железнодорожном вагоне).

2.2. Виды линейных магнитолокаторов.

Линейным магнитолокатором (или линейной магнитолокационной станцией - ЛМЛС) в дальнейшем будем называть магнитолокатор, состоящий из нескольких (не менее двух) измерителей характеристик магнитного поля, размещенных вдоль некоторой прямой линии, называемой в дальнейшем осью ЛМЛС. Размещение измерителей, вообще говоря, может быть произвольным (поскольку предполагается, что все его координаты учитываются счетно-аналитическим устройством при обработке результатов измерений). Здесь же для простоты анализа будем считать, что N измерителей размещены на базе L ЛМЛС равномерно.

Одной из важнейших операций первичной обработки результатов является численное дифференцирование. В таблице I приведены соотношения, позволяющие вычислить по измеренным в N точках значениям функции y ее производную y' и ошибку определения $\sigma_{y'}$ этой производной. В этой же таблице показано, как меняется точность расчета первой производной при выходе из строя того или иного канала ЛМЛС.

Хотя окончательный расчет Координат объекта проводится по алгоритму (I), первое приближение требует иных методов, и в настоящей работе мы будем пользоваться расчетом по комплекту значений поли и его производных, приведенных к одной точке (конкретно - к середине базового отрезка ЛМЛС). Эти значения можно либо измерять, либо вычислять по другим измерениям. А поскольку производные высоких порядков измерить с нужной точностью практически невозможно, то представляет интерес проанализировать, что может дать численное дифференцирование измерений ЛМЛС.

Таблица I. Формулы вычисления производной $y'(X)$ и среднеквадратичной ошибки расчета для n -точечного магнитометра с базой L при линейной аппроксимации (точки расположены с равными интервалами).

Структура прибора	Формула дифференцирования	$L^2 \sigma_{y'}^2 / \sigma_y^2$
2 точки	$y' = (y_2 - y_1) / L$	2
3 точки	$y' = (y_3 - y_1) / L$	2
3 точки без крайней	$y' = 2(y_2 - y_1) / L$	8
4 точки	$y' = [0,9(y_4 - y_1) + 0,3(y_3 - y_2)] / L$	1,0
4 точки без крайней	$y' = 1,5(y_3 - y_1) / L$	4,5
4 точки без средней	$y' = (\frac{15}{14}y_4 - \frac{3}{14}y_2 - \frac{12}{14}y_1) / L$	1,94
5 точек	$y' = [0,8(y_5 - y_1) + 0,4(y_4 - y_2)] / L$	1,59
5 точек без первой	$y' = [1,2(y_4 - y_1) + 0,4(y_3 - y_2)] / L$	3,2
5 точек без второй	$y' = (\frac{36}{35}y_5 + \frac{4}{35}y_1 - \frac{12}{35}y_2 - \frac{4}{5}y_1) / L$	1,82
6 точек	$y' = \frac{1}{7L} [5(y_6 - y_1) + 3(y_5 - y_2) + (y_4 - y_3)]$	1,43
6 точек без первой	$y' = (y_6 + 0,5y_5 - 0,5y_3 - y_2) / L$	2,5
6 точек без второй	$y' = (0,744y_6 + 0,405y_5 + 0,068y_4 - 0,27y_3 - 0,946y_1) / L$	1,7
6 точек без третьей	$y' = (0,658y_6 + 0,407y_5 + 0,116y_4 - 0,465y_2 - 0,755y_1) / L$	1,45

Многоточечная ЛМЛС может иметь и разное число точек измерения, и разный набор измеряемых величин; более того, этот набор может не быть одинаковым для всех каналов ЛМЛС. В таблице 2 представлены результаты расчета производных для некоторых структур ЛМЛС. При этом в качестве величины V может выступать любая характеристика магнитного поля (модуль величины поля, значение любой из его компонент, а также любая производная поля или любой его компоненты по любой координате), а дифференцирование и производные относятся к координате X , ориентированной вдоль оси ЛМЛС.

Для вычисления производных от первого до N -го порядка дифференцируемая функция $V(X)$ вначале аппроксимируется многочленом степени N по методу наименьших квадратов.

В таблице 2 мы ограничились анализом 6-канальных ЛМЛС. Хотя в действительности некоторые из реальных задач требуют существенно большего числа каналов (особенно с учетом желательной избыточности), формул таблицы 2 достаточно для большинства таких задач, поскольку здесь сравниваются (и дифференцируются) однотипные величины, а в реальных ЛМЛС едва ли разумно измерять более 6 однотипных характеристик. Сходные причины побудили ограничить и порядок рассчитываемой производной (слишком быстро увеличивается расхождение реальной и требуемой точности производной по мере роста ее порядка).

Расчет ошибки средних величин таблицы 2 проводился с учетом следующих соображений. Размеры антенны градиентометра ограничены длиной рабочей части криостата l . Тогда для измерений N' база будет равна l , для $N'' - l/2$, для $N''' - l/3$ *. Полагая, что сум-

*Предполагается, что производные измеряются многовитковыми антеннами с одинаковой площадью каждого витка, причем группы витков градиентометрических антенн расположены на равном расстоянии друг от друга.

Таблица 2. Основные соотношения для вычисления измеряемой функции и ее производных в центральной точке линейного шестиканального локатора. B - произвольная характеристика магнитного поля, дифференцирование - вдоль оси локатора.

Вычислительная формула	$\frac{b^2}{b^{(n)}} / \frac{b^2}{b}$	Степень аппроксимир. многочлена
ШЕСТИТОЧЕЧНЫЙ ПРИБОР 6(B)		
$\bar{B} = 0,167(B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 + B_6)$	0,167	I
$\bar{B} = -0,094(B_1 + B_6) + 0,22(B_2 + B_5) + 0,36(B_3 + B_4)$	0,39	2, 3
$\bar{B}' = [0,71(B_6 - B_1) + 0,43(B_5 - B_2) + 0,14(B_4 - B_3)] / L$	$1,43/L^2$	I, 2
$\bar{B}' = [-0,45(B_6 - B_1) + 2,07(B_5 - B_2) + 1,08(B_4 - B_3)] / L$	$11,3/L^2$	3
$\bar{B}'' = [4,46(B_1 + B_6) - 0,9(B_2 + B_5) - 3,57(B_3 + B_4)] / L^2$	$67/L^4$	2, 3
$\bar{B}'' = [34,7(B_6 - B_1) - 48,6(B_5 - B_2) - 27,8(B_4 - B_3)] / L^3$	$8681/L^6$	2
ТРЕХТОЧЕЧНЫЙ ПРИБОР 3(B+B')		
$\bar{B} = 0,33(B_1 + B_2 + B_3)$	0,33	I
$\bar{B} = (B_1 + B_3)\beta^2/4 + B_2 + \beta^2 L(B_1' - B_3')$	I	2, 3
$\bar{B}' = (B_3 - B_1)/L + \beta^2(B_1' + B_2' + B_3')/2L^2$	$2/L^2$	I, 2
$\bar{B}' = 1,33(B_3 - B_1)/L - 0,56(B_1' - 0,2B_2' + B_3')$	$2,5/L^2\beta^2$	3
$\bar{B}'' = 4(B_1 - 2B_2 + B_3)/L^2 + 12\beta^2(B_3' - B_1')/L$	$96/L^4$	2, 3
$\bar{B}'' = 8(B_1 - B_3)L^3 + 13,3(B_1' - 0,2B_2' + B_3')/L^2$	$1440/\beta^2 L^6$	3
ДВУХТОЧЕЧНЫЙ ПРИБОР 2(B+B'+B'')		
$\bar{B} = (B_1 + B_2)/2$	0,5	I
$\bar{B} = (B_1 + B_2)/2 - [B_2' - B_1' + L\beta^2(B_1'' + B_2'')/32]L/8$	$1/8\beta^2$	2, 3
$\bar{B}' = [(B_2 - B_1)/L + \beta^2(B_1' + B_2')/2]$	$2/L^2$	I, 2
$\bar{B}' = 0,75(B_2 - B_1)/L - (B_1' + B_2')/4 - 0,023\beta^2 L(B_2'' - B_1'')$	$1/2\beta^2 L^2$	3
$\bar{B}'' = (B_2' - B_1')/L + \beta^2(B_1 + B_2)/32$	$8/L^4\beta^2$	2, 3
$\bar{B}'' = -3(B_2 - B_1)/L^3 + 6(B_1' + B_2')/L^2 + 0,56\beta^2(B_2'' - B_1'')/L$	$48/L^6\beta^2$	3

Примечание: $\beta = \ell/L$ - отношение длин базовых отрезков ℓ градиентометра и L локатора.

марное число витков антенны (т.е. ее индуктивность) неизменно для градиентометра любого порядка, получим, что эффективная площадь измерения уменьшается в 2 раза при переходе к каждой последующей производной, т.е. $S_H = 2 S_{H'} = 4 S_{H''} = 8 S_{H'''}$. Таким образом, при одной и той же чувствительности сквида и схеме его включения разрешающая способность и порог чувствительности канала равны $H_{\text{мин}} = \frac{B_0}{8S}$ (здесь B_0 - чувствительность магнитометра, приведенная к площади антенны 1 см^2) для градиентометров она будет иной:

$$H'_{\text{мин}} = \frac{B_0}{4Sl}; \quad H''_{\text{мин}} = \frac{2B_0}{Sl^2}; \quad H'''_{\text{мин}} = \frac{27B_0}{5Sl^3} \quad (2, 3, 4)$$

Интересно сравнить точности измерения производных и величины этих производных по отношению к полю, генерированному диполем:

$$\frac{\delta_{H'}}{\delta_H} = \frac{2}{l} \quad \frac{H'}{H} = \frac{3}{R} \quad \frac{\delta_{H'}}{H'} = \frac{2}{3} \frac{R}{l} \left(\frac{\delta_H}{H} \right) \quad (5a, б, в)$$

$$\frac{\delta_{H''}}{\delta_H} = \frac{16}{l^2} \quad \frac{H''}{H} = \frac{12}{R^2} \quad \frac{\delta_{H''}}{H''} = \frac{4}{3} \left(\frac{R}{l} \right)^2 \left(\frac{\delta_H}{H} \right) \quad (6a, б, в)$$

$$\frac{\delta_{H'''}}{\delta_H} = \frac{216}{l^3} \quad \frac{H'''}{H} = \frac{60}{R^3} \quad \frac{\delta_{H'''}}{H'''} = \frac{18}{5} \left(\frac{R}{l} \right)^3 \left(\frac{\delta_H}{H} \right) \quad (7a, б, в)$$

Если учесть, что расстояние R до диполя во много раз больше базы градиентометра l , то получается неутешительная картина: чем выше производная, тем она меньше по величине и, к сожалению, тем больше и абсолютная, и относительная ошибка ее измерения. Поэтому решить дилемму "что измерять, а что - вычислять?" далеко не так просто; во всяком случае, решение сильно зависит и от того, какую задачу должен решать локатор, и от того, каков размер антенны локатора. Измерение высших производных осложняется еще и необходимостью балансировки плеч антенны с нужной точностью (см. п.10).

Конкретный анализ сравнения точности получаемых данных для ЛМЛС разной структуры будет проводиться ниже по мере конкретизации задач локации и измеряемых величин B .

Различные задачи локации (о классификации задач речь будет ниже) требуют и различной точности измерений, и различного комплекта измеряемых величин. В частности, предел работоспособности ЛМЛС фактически определяется условиями, при которых ЛМЛС уже не может определять с требуемой точностью производную наивысшего порядка, нужную для решения задачи данного класса. В свете этих условий можно ориентировочно сравнить возможности локаторов разной структуры. Для конкретности примем $L = 100$ м и $\ell = 40$ см и рассмотрим следующие структуры ЛМЛС:

1. $\delta(H)$ - шеститочечный магнитометрический прибор.
2. $\delta(H')$ - шеститочечный градиентометр.
3. $\delta(H+H')$ - трехточечный магнитоградиентометр.
4. $\delta(H' + H'')$
5. $\delta(H+H'+H'')$

(все производные относятся к координате, параллельной оси ЛМЛС).

Критерием качества работы ЛМЛС будем считать величины отношений ошибки определения производной соответствующего порядка к ошибке измерения магнитного поля, т.е. $\delta_{H^{(n)}}/\delta_H$. Результаты сравнения локаторов различной структуры приведены в таблице 3. Данные этой таблицы могут быть использованы при выборе оптимальной структуры ЛМЛС, ориентированной на решение конкретной задачи магнитолокации; однако не следует забывать, что таблица составлена для конкретных числовых значений $L = 100$ м и $\ell = 40$ см и при других величинах L и ℓ соотношение эффективностей ЛМЛС разной структуры может измениться.

Рассмотрим теперь перечень возможных типов линейной МЛС. При этом ограничимся такими измерителями, в которых любые градиенты

Таблица 4. Перечень основных типов ЛМПС

Тип	Перечень определяемых параметров	Миним. число каналов (при $n=1$)	Примечания
A	$H_z, \partial^n H_z / \partial x^n$	2	Однокомпонентные
B	$H_x, \partial^n H_x / \partial x^n$	2	одномерные
C	$H_y, \partial^n H_y / \partial x^n$	2	приборы
D	$H_z, \frac{\partial^n H_z}{\partial x^n}, \frac{\partial^n H_z}{\partial x^{n-1} \partial y}$	4	Однокомпонентные
E	$H_x, \frac{\partial^n H_x}{\partial x^n}, \frac{\partial^n H_x}{\partial x^{n-1} \partial y}$	4	двумерные
F	$H_y, \frac{\partial^n H_y}{\partial x^n}, \frac{\partial^n H_y}{\partial x^{n-1} \partial y}$	4	приборы
G	$H_{x,z}, \partial^n H_{x,z} / \partial x^n$	4	Двухкомпонентные
I	$H_{x,y}, \partial^n H_{x,y} / \partial x^n$	4	одномерные
K	$H_{y,z}, \partial^n H_{y,z} / \partial x^n$	4	приборы
L	$H_{x,z}, \frac{\partial^n H_{x,z}}{\partial x^n}, \frac{\partial^n H_{x,z}}{\partial x^{n-1} \partial y}$	8	Двухкомпонентные
M	$H_{x,y}, \frac{\partial^n H_{x,y}}{\partial x^n}, \frac{\partial^n H_{x,y}}{\partial x^{n-1} \partial y}$	8	двумерные
N	$H_{y,z}, \frac{\partial^n H_{y,z}}{\partial x^n}, \frac{\partial^n H_{y,z}}{\partial x^{n-1} \partial y}$	8	приборы
P	$H_{x,y,z}, \partial^n H_{x,y,z} / \partial x^n$	6	Трехкомпонентный одномерный прибор
Q	$H_{x,y,z}, \frac{\partial^n H_{x,y,z}}{\partial x^n}, \frac{\partial^n H_{x,y,z}}{\partial x^{n-1} \partial y}$	12	Трехкомпонентный двумерный прибор