Приложение В.

Расчетные формулы для решения задач линейной одномерной магнитолокации (не вошедшие в основной текст).

С–ЛМЛС.

Первая задача

$$|H'_y| > 0{,}954\ \sigma_{H'_y} \quad \text{при} \quad H'_y \neq 0, \tag{В1}$$

$$|H''_y| > 0{,}954\ \sigma_{H''_y} \quad \text{при} \quad H'_y = 0. \tag{В2}$$

Вторая задача.

φ определяется из соотношений:

$$\frac{4H'_y H'''_y}{3(H''_y)^2} = \frac{\left[8\,\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\varphi(\mathrm{tg}^2\alpha - 3)\right]\left[4\,\mathrm{tg}\,\alpha(5 - 3\,\mathrm{tg}^2\alpha) - \mathrm{tg}\,\varphi\left[\mathrm{tg}^4\alpha - 10\,\mathrm{tg}^2\alpha + 5\right)\right]}{\left[3\,\mathrm{tg}\,\varphi(1 - \mathrm{tg}^2\alpha) - 2\,\mathrm{tg}\,\alpha(5 - \mathrm{tg}^2\alpha)\right]^2} \tag{В3}$$

при условии, что ни одна из трех производных не равна нулю,

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{8\,\mathrm{tg}\,\alpha}{3 - \mathrm{tg}^2\alpha} \quad \text{при} \quad H'_y = 0, \tag{В4}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha(5 - \mathrm{tg}^2\alpha)}{3(1 - \mathrm{tg}^2\alpha)} \quad \text{при} \quad H''_y = 0 \tag{В5}$$

или

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{4\,\mathrm{tg}\,\alpha(5 - 3\,\mathrm{tg}^2\alpha)}{\mathrm{tg}^4\alpha - 10\,\mathrm{tg}^2\alpha + 5} \quad \text{при} \quad H'''_y = 0. \tag{В6}$$

r вычисляется из соотношений:

$$r = \frac{4H'_y}{H''_y}\cos\alpha\,\frac{3\,\mathrm{tg}\,\varphi(1 - \mathrm{tg}^2\alpha) - 2\,\mathrm{tg}\,\alpha(5 - \mathrm{tg}^2\alpha)}{8\,\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\varphi(\mathrm{tg}^2\alpha - 3)} \quad \text{при} \quad H_y \neq 0 \ \text{и} \ H_y = 0, \tag{В7}$$

$$r = \frac{3H''_y}{H'''_y}\cos\alpha\,\frac{4\,\mathrm{tg}\,\alpha(5 - 3\,\mathrm{tg}^2\alpha) - \mathrm{tg}\,\varphi(\mathrm{tg}^4\alpha - 10\,\mathrm{tg}^2\alpha + 5)}{3\,\mathrm{tg}\,\varphi(1 - \mathrm{tg}^2\alpha) - 2\,\mathrm{tg}\,\alpha(5 - \mathrm{tg}^2\alpha)} \quad \text{при} \quad H'_y = 0 \tag{В8}$$

или

$$r = \sqrt{-12\,\frac{H'}{H'''}\,\frac{\mathrm{tg}^6\alpha + 3\,\mathrm{tg}^4\alpha + 7\,\mathrm{tg}^2\alpha + 5}{(\mathrm{tg}^4\alpha + 4\,\mathrm{tg}^2\alpha + 3)(\mathrm{tg}^2\alpha + 1)}} \quad \text{при} \quad H''_y = 0. \tag{В9}$$

Третья задача:

$$M_{xy} = 4\pi r^4 H'_y\,\frac{1 + \mathrm{tg}^2\alpha}{\left[8\,\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\varphi(\mathrm{tg}^2\alpha - 3)\right]\cos\varphi} \quad \text{при} \quad H'_y \neq 0 \tag{В10}$$

или

$$M_{xy} = \frac{\pi r^5 H''_y}{\sin 2\alpha}\,\frac{\sqrt{\mathrm{tg}^4\alpha + 58\,\mathrm{tg}^2\alpha + 9}}{\mathrm{tg}^4\alpha - 20\,\mathrm{tg}^2\alpha + 27} \quad \text{при} \quad H'_y = 0 \tag{В11}$$

Критерии работоспособности С-ЛМЛС.

Вторая задача (определение r с точностью 50%):

$|H_y''|>2\sigma_{H_y''}$ при $H_y'\neq0$ и $H_y''\neq0$, (BI2)

$|H_y'''|>2\sigma_{H_y'''}$ при $H_y'=0$, (BI3)

$|H_y'''|>\sigma_{H_y'''}$ при $H_y''=0$. (BI4)

Третья задача (определение M_{xy} с точностью 50%):

$|H_y''|>8\sigma_{H_y''}$ при $H_y'\neq0$ и $H_y''\neq0$, (BI5)

$|H_y'''|>10\sigma_{H_y'''}$ при $H_y'=0$, (BI6)

$|H_y'''|>4\sigma_{H_y'''}$ при $H_y''=0$. (BI7)

F-ЛМЛС.

Первая задача:

$|H_y'|>0{,}954\,\sigma_{H_y'}$ при $H_y'\neq0$ (BI)

$|H_y''|>0{,}954\,\sigma_{H_y''}$ или $\left|\frac{\partial H_y}{\partial y}\right|>0{,}954\,\sigma_{\frac{\partial H_y}{\partial y}}$ при $H_y'=0$ (B2,BI9)

Вторая задача.

φ определяется из соотношений:

$$tg\,\varphi=\frac{b(3tg^2\alpha-1)-8tg\,\alpha}{tg^2\alpha-3+2b\,tg\,\alpha}\qquad \text{(здесь } b=2H_y'/\frac{\partial H_y}{\partial y}\text{)}\qquad (B20)$$

при $H_y'\neq0$ и $\frac{\partial H_y}{\partial y}\neq0$. Если хотя бы одна из первых производных равна нулю, работает другое соотношение:

$$tg\,\varphi=2\,\frac{tg\,\alpha(5-tg^2\alpha)-c(5tg^2\alpha-1)}{3(1-tg^2\alpha)-c\,tg\,\alpha(5-tg^2\alpha)}\qquad \text{(здесь } c=H_y''/\frac{\partial^2 H_y}{\partial x\partial y}\text{)}\qquad (B21)$$

r вычисляется по формуле (B7), если входящие в нее производные не равны нулю. Если $H_y'=0$, то

$$r=\frac{4\sin\alpha}{H_y''}\,\frac{\partial H_y}{\partial y}\,\frac{tg^4\alpha-20tg^2\alpha+27}{3tg^4\alpha-26tg^2\alpha+3}\qquad (B22)$$

Если $H_y''=0$, то формула для r выглядит следующим образом:

$$r=-4H_y'\left(\sin\alpha\cdot\frac{\partial^2 H_y}{\partial x\partial y}\right)^{-1}\frac{tg^6\alpha+5tg^4\alpha+7tg^2\alpha+3}{(tg^2\alpha+3)(tg^2\alpha+1)^2}\qquad (B23)$$

Третья задача решается по формуле (BI0) при $H_y'\neq0$. Если же

$H'_y=0$, то можно пользоваться либо (BII), либо соотношением:

$$M_{xy}=2\pi r^4\frac{\partial H_y}{\partial y}\;\frac{(tg^2\alpha+1)\sqrt{tg^4\alpha+58\,tg^2\alpha+9}}{3tg^4\alpha-26\,tg^2\alpha+3} \qquad (B24)$$

в зависимости от того, какая из них дает меньшую ошибку.

Критерии работоспособности F-ЛМЛС.

Вторая задача (без учета ошибки определения φ):

$$|H''_y|>2\sigma_{H''_y} \quad \text{при} \quad H'_y\neq 0 \quad \text{и} \; H''_y\neq 0 \qquad (BI2)$$

$$\left(\frac{\sigma_{H''_y}}{H''_y}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{\partial H_y/\partial y}}{\partial H_y/\partial y}\right)^2<0{,}25 \quad \text{при} \; H''_y=0 \qquad (B25)$$

$$\left|\frac{\partial^2 H_y}{\partial x\partial y}\right|>2\sigma_{\frac{\partial^2 H_y}{\partial x\partial y}} \quad \text{при} \quad H''_y=0 \qquad (B26)$$

Третья задача:

$$|H''_y|>8\sigma_{H''_y} \quad \text{при} \quad H'_y\neq 0 \quad \text{и} \quad H''_y\neq 0 \qquad (BI5)$$

Если $H'_y=0$, то третья задача решается с требуемой точностью при выполнении условия

$$\left(\frac{\sigma_{H''_y}}{H''_y}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{\partial H_y/\partial y}}{\partial H_y/\partial y}\right)^2<\frac{I}{64} \qquad (B27)$$

При $H''_y=0$ критерий по тревьей задаче – наиболее жесткий:

$$\left|\frac{\partial^2 H_y}{\partial x\partial y}\right|>8\sigma_{\frac{\partial^2 H_x}{\partial x\partial y}} \qquad (B28)$$

<u>I-ЛМЛС.</u>

Вторая задача.

$$tg\,\varphi=\frac{8b\,tg\alpha+(tg^2\alpha-3)}{2tg\alpha+b(3-tg^2\alpha)} \qquad \text{при } H'_x\neq 0 \text{ и } H'_y\neq 0 \quad (B29)$$

(здесь $b=\frac{H'_x}{2H'_y}$). Если хоть одна из первых производных равна нулю, расчет $tg\varphi$ проводится по формуле

$$tg\,\varphi=\frac{6(tg^2\alpha-1)+2c\,tg\alpha(5-tg^2\alpha)}{tg\alpha(5-tg^2\alpha)+3c(1-tg^2\alpha)} \qquad \text{при } H'_x=0 \text{ или } H'_y=0 \quad (B30)$$

Расстояние r вычисляется по соотношению (38) или (B7), в зависимости от того, какое из них обеспечивает меньшую ошибку. Более того, можно составить и еще две рабочие формулы для определения r, комбинируя H'_x и H''_y, а также H'_y и H''_x.

Формулы (I6), (22), (BI0) или (BII) для определения величины дипольного момента также выбираются исходя из соображений наименьшей ошибки.

Критерии работоспобобности I-ЛМЛС.

Вторая задача.

$$|H_y''| > 2\sigma_{H''} \quad \text{или} \quad |H_x''| > 2\sigma_{H''} \qquad \text{(BI2,34a)}$$

Третья задача.

$$|H_y''| > 8\sigma_{H''} \quad \text{или} \quad |H_x''| > 8\sigma_{H''} \qquad \text{(BI5,36a)}$$

Одновременное измерение двух компонент позволяет не выходить в область высших производных.

К-ЛМЛС.

При ориентациях $\alpha = \alpha_3$ и $\alpha = \alpha_I$ уравнений, включающих только первые и вторые производные, для решения задач магнитолокации недостаточно. Если избегать таких ориентаций, то расчетные соотношения для второй задачи локации таковы:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}\;\frac{4(\operatorname{tg}^2\alpha - 1) + 6\operatorname{tg}\alpha(5-\operatorname{tg}^2\alpha)}{\operatorname{tg}^2\alpha - 3 + 36\operatorname{tg}\alpha} \qquad \text{(B3I)}$$

(здесь $b = -4\frac{H_y' H_z''}{H_y'' H_z'}$). Для определения r естественно использовать либо (33a), либо (B7), в зависимости от того, какая из формул обеспечивает более высокую точность. Компоненты M_z и M_{xy} рассчитываются по (35a), (BI0) и (BII).

Критерии работоспособности К-ЛМЛС по второй задаче-(34a) (относительно любой компоненты поля), по третьей – (36a) и (BI6) (последняя формула применяется только при $H_y'=0$).

Приложение С.

О разрешающей способности одномерного магнитолокатора.

Рассмотрим одномерную задачу магнитолокации недипольного объекта.(четвертую задачу магнитолокации). Здесь возможны несколько вариантов: I. Объект с нулевым дипольным моментом и ненулевым квадрупольным моментом. 2. Два ориентированных параллельно оси локатора диполя с различными величинами дипольных моментов. 3. Два произвольно ориентированных диполя. 4. Объект с ненулевыми дипольным и квадрупольным моментами, ориентированными произвольно. И т.д. Проведем анализ двух первых задач для В-ЛМЛС.

<u>Объект с квадрупольным моментом $Q = 2M\, r_к$</u>

Рассмотрим частный случай, когда объект можно представить в виде двух антипараллельных диполей с моментами М, разнесенных на расстояние $r_к$ вдоль линии объектов. Поле и его производные вдоль оси X равны:

$$H_к = \frac{3Q}{2\pi r^4} \tag{CI}$$

$$H_к' = -\frac{6Q}{\pi r^5} \tag{C2}$$

$$H_к'' = \frac{30Q}{\pi r^6} \tag{C3}$$

$$H_к''' = -\frac{180Q}{\pi r^7} \tag{C4}$$

Формулы (CI)- (C4) имеют очевидное сходство с формулами (I6), (22), (27) и (30) для диполя (при $\alpha = \varphi = 0$).

Если заранее знать, что имеешь дело с квадрупольным моментом, то для его локации и идентификации достаточно, как и в случае диполя, двух измерений (H' и H''). Однако для различения дипольного и квадрупольного источников этого недостаточно. Запишем рядом значения $H^{(n)}$ для дипольного и квадрупольного объектов:

$$H_д' = -\frac{3M}{2\pi r_д^4} \qquad H_к' = -\frac{6Q}{\pi r_к^5}$$

$$H_д'' = \frac{6M}{\pi r_д^5} \qquad H_к'' = \frac{30Q}{\pi r_к^6}$$

$$H_д''' = -\frac{30M}{\pi r_д^6} \qquad H_к''' = -\frac{180Q}{\pi r_к^7}$$

Вычислив для каждого из объектов расстояние и момент по первым двум производным, подставим их в уравнение для третьей производной:

$$r_э = -\frac{4H'}{H''} \qquad r_к = -\frac{5H'}{H''} \tag{C5а,б}$$

$$H''' = \frac{10H'}{r_э^2} = -\frac{5}{8}\frac{H''^2}{H'}; \quad H''' = \frac{30H'}{r_к^2} = -\frac{6}{5}\frac{(H'')^2}{H'} \tag{C6а,б}$$

Таким образом, различить диполь и квадруполь можно лишь в тех случаях, когда третья производная определяется с точностью не хуже

$$\frac{\Delta H'''}{H'''} = \frac{1}{2}\left(\frac{6}{5} - \frac{5}{8}\right) = \frac{23}{80} = 30\%$$

т.е.

$$|H'''| > 3{,}5\,\sigma_{H'''} \tag{C7}$$

Заметим, что если условие (C7) не выполняется, то локация объекта осуществляется с систематической ошибкой занижения расстояния на 20% (см. (C5)).

Два объекта с параллельно ориентированными дипольными моментами (φ =0 для обоих диполей).

Будем считать диполь M_1 активным, а диполь M_2– маскирующим, и посмотрим, как будет реагировать В-ЛМЛС на эти объекты, если она работает в режиме второй задачи, т.е. лоцирует некий "эффективный диполь $M_э$. Тогда можно записать:

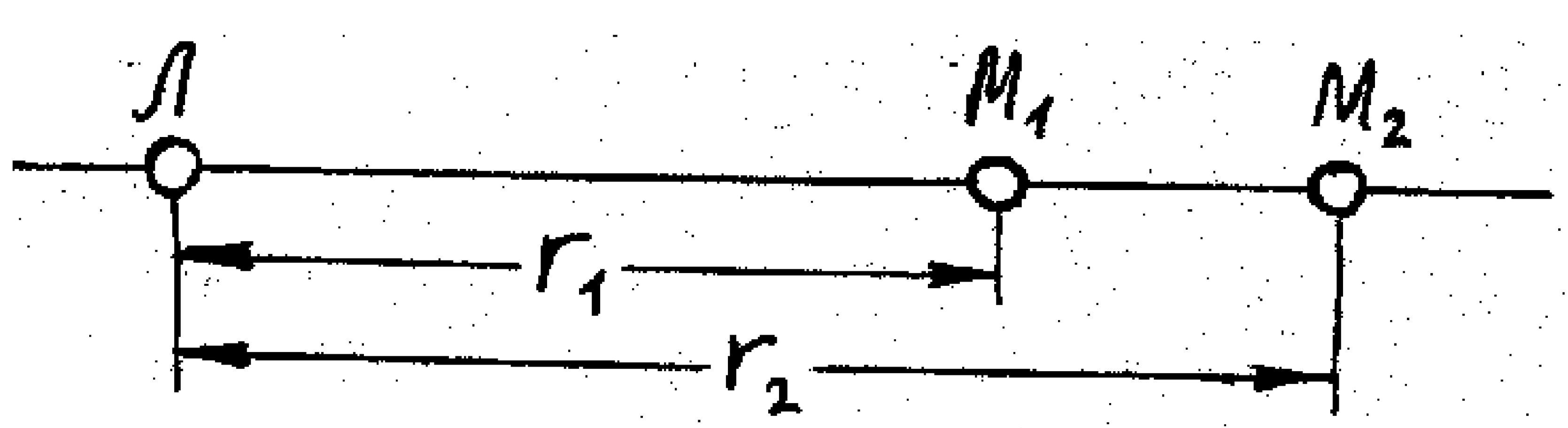

Рис. C1.

$$H' = -\frac{3}{2\pi}\left(\frac{M_1}{r_1^4} + \frac{M_2}{r_2^4}\right) = -\frac{3}{2\pi}\frac{M_э}{r_э^4} \tag{C8}$$

$$H'' = \frac{6}{\pi}\left(\frac{M_1}{r^5} + \frac{M_2}{r^5}\right) = \frac{6}{\pi}\frac{M_э}{r_э^5} \tag{C9}$$

Полагая $M_2 = b M_1$ и $r_2 = a r_1$, нетрудно получить:

$$r_э - r_1 a \frac{a^4 + b}{a^5 + b} \tag{C10}$$

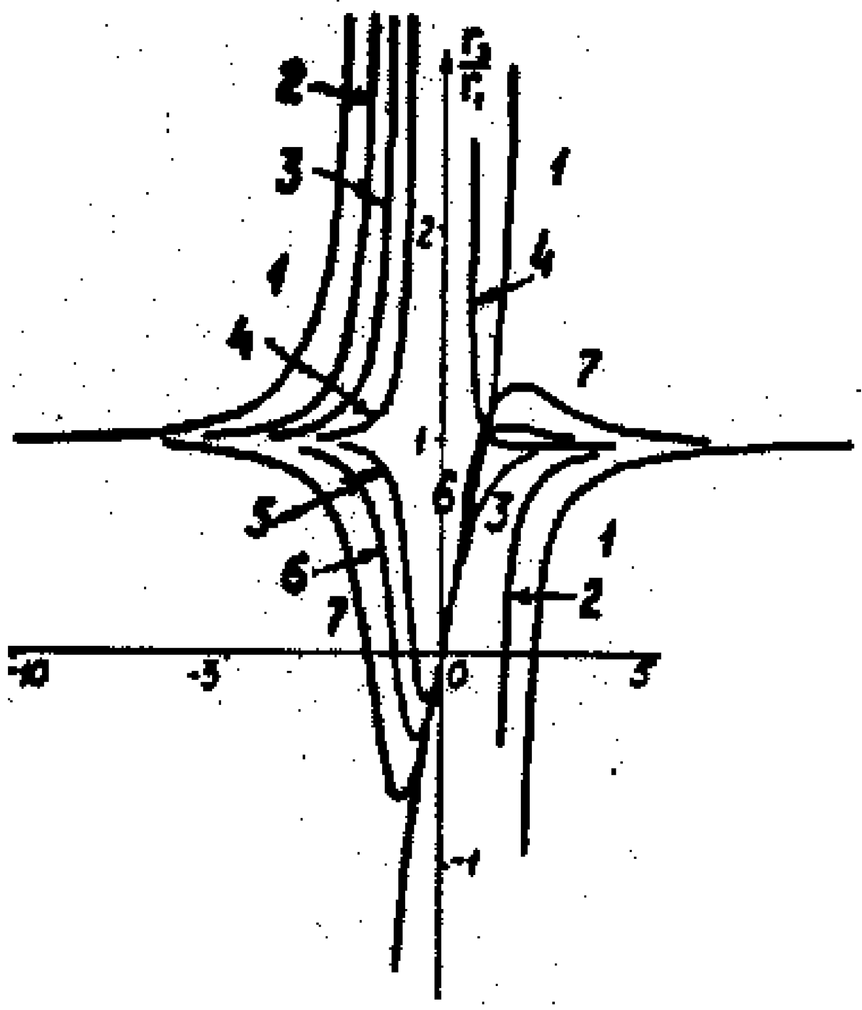

Рис. С2. Искажение показаний В-ЛМЛС по второй задаче при наличии маскирующего диполя. $r_э$ и r_I – измеренное и реальное расстояние до активного диполя, соответственно, M_I и M_2 – дипольные моменты активного и маскирующего объектов, $a = \frac{r_2}{r_1}$, r_2 – расстояние до маскирующего объекта. Номера кривых соответствуют различным соотношениям M_2/M_I: I- M_2/M_I=-I0; 2- -3; 3- -I; 4- -0,2; 5- +0,2; 6- +I; 7- +5.

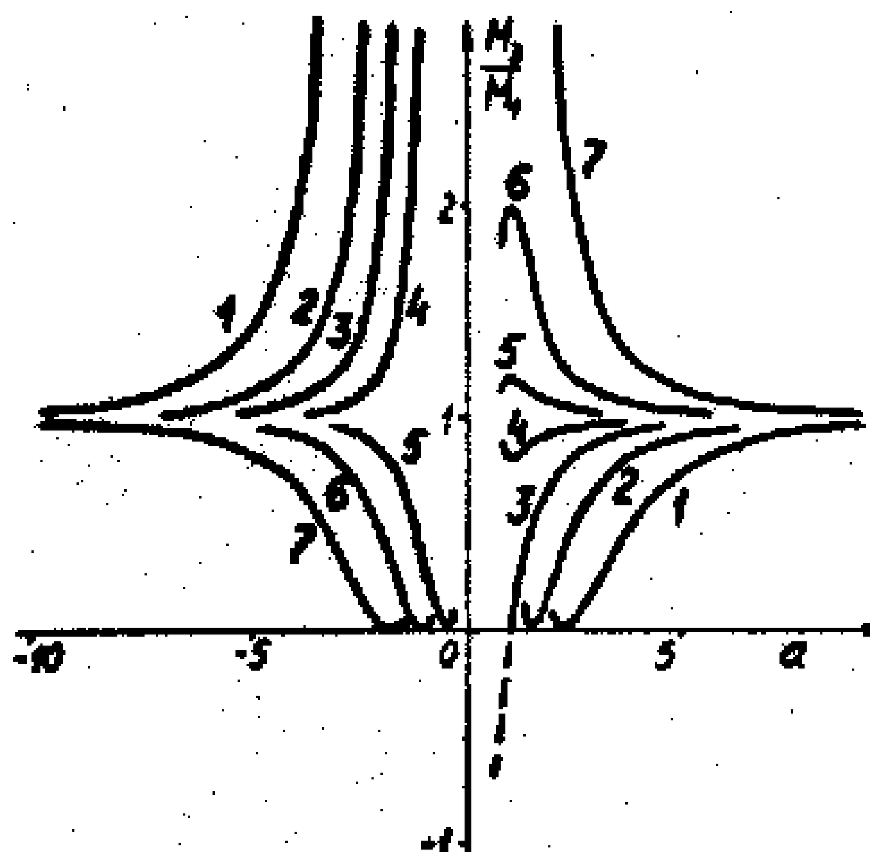

Рис.С3. Искажение показаний В-ЛМЛС по третьей задаче при наличии маскирующего диполя. Обозначения - те же, что и на рис.С2.

$$M_э = M_1 \frac{(a^4+b)^5}{(a^5+b)^4} \qquad (C11)$$

На рис. С2 и С3 видно, как искажает показания магнитолокатора наличие маскирующего диполя. Видно, что наибольшее искажение показаний наблюдается, когда маскирующий диполь находится на расстоянии (1-4)r_1 с любой стороны от локатора. Впрочем, именно на этих расстояниях легче всего и обнаружить второй диполь, если определяется и третья производная. Таким образом, при измерении трех производных либо идентифицируются оба диполя (но не лоцируются, для локации нужно еще одно независимое измерение), либо ближайший диполь лоцируется с приемлемой ошибкой (а дальний "маскируется" за ним).

Приложение D.

Анализ основных источников помех для работы ЛМЛС.

Прежде всего заметим, что МЛС на сквидах при любой схеме их включения реагирует не на величину измеряемой характеристики поля, а только на ее изменение во времени. Если нижняя граничная частота регистрации точно равна нулю, то "нулем отсчета" является комплект показаний датчиков в момент включения МЛС. В большинстве случаев нижнюю граничную частоту нет смысла делать меньше 0,01 - 0,001 Гц, т.к. иначе шум $1/f$ слишком сильно ухудшит чувствительность МЛС.

Пусть полоса пропускания электроники МЛС занимает область от 0,01 до 1 Гц (это значит, что отслеживаются характерные времена перемещения объектов от 1 сек до 15 мин). Чувствительность сквида при площади антенны 1x1 см^2 принимаем равной 10^{-14} Тл (в заданной полосе частот), динамический диапазон - 100 дБ. Градиентометрическая антенна при той же площади петель имеет базу ℓ = 0,4 м, т.е. предел чувствительности по градиенту составляет $2,5 \cdot 10^{-14}$ Тл/м. База L всей ЛМЛС принята равной 100 м. Попытаемся теперь оценить величину шумового сигнала, вызванного различными источника